

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 10.03.01 Информационная безопасность

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки, час.	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КСР/КП
1	5	180	48	48	0		30	0	Э
2	5	180	45	45	0		36	0	Э
3	5	180	48	48	0		30	0	Э
Итого	15	540	141	141	0	0	96	0	

## **АННОТАЦИЯ**

В этом курсе изучаются теоретические и практические вопросы из следующих разделов: предел последовательности, предел и непрерывность функций, дифференцируемость функций. Раздел "Интегральное исчисление и функции многих переменных" является второй частью данной учебной дисциплины, а раздел "Кратные интегралы и ряды" являются третьей частью Математического анализа.

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть разделами элементарной математики в объеме средней школы. Освоение курса является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения учебной дисциплины являются: обучение базовым разделам теории функции действительного переменного и смежных разделов математики. В том числе: дифференциальное и интегральное исчисление, векторный анализ, теория поля, элементы тензорного исчисления. Изучение этих дисциплин, в свою очередь, создает основы для изучения физических курсов по целому ряду направлений, закладывает основы математической культуры и тем самым создает фундаментальную базу для получения полноценного естественнонаучного образования.

### **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Освоение математического анализа в его классической части является основой дальнейшего обучения студента по всем естественно научным дисциплинам. Такие разделы курса, как теория векторный анализ и теория поля идут параллельно аналогичным физическим курсам, но в отличие от последних дают и развивают математические основы соответствующих понятий и являются существенным подспорьем при изучении физических разделов курса теории поля. По этой причине указанные разделы курса имеют непосредственные выходы в прикладные области. В качестве примера можно привести некоторые из уравнений Максвелла, которые не декларируются, как базовые законы в физической теории поля, а вытекают из ряда теорем в курсе векторного анализа. Курс математического анализа является само достаточной дисциплиной, для которой однако необходимы знания элементарной математики в рамках школьного курса, аналитической геометрии и ряда разделов линейной алгебры. Кроме выше сказанного изучение математического анализа необходимо для ряда математических дисциплин на старших курсах (ТФКП, уравнения математической физики, теория вероятностей). Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического и естественнонаучного образования.

### **3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>
УК-1 [1] – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	3-УК-1 [1] – Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 [1] – Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 [1] – Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
УКЕ-1 [1] – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	3-УКЕ-1 [1] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 [1] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 [1] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Направления/цели воспитания</b>	<b>Задачи воспитания (код)</b>
Интеллектуальное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование культуры умственного труда (В11)
Профессиональное и трудовое воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду (В14)

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практи. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>1 Семестр</i>						
1	Пределы. Непрерывность	1-8	24/24/0		25	к.р-8	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Производные и их приложения	9-16	24/24/0		25	к.р-15	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>Итого за 1 Семестр</i>		48/48/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 1 Семестр</b>				50	Э	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>2 Семестр</i>						
1	Интегральное исчисление	1-8	24/24/0		25	к.р-8	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Функции многих переменных	9-15	21/21/0		25	к.р-15	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>Итого за 2 Семестр</i>		45/45/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 2 Семестр</b>				50	Э	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>3 Семестр</i>						
1	Часть 1	1-8	24/24/0		25	к.р-8	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1,

							3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Часть 2	9-16	24/24/0		25	к.р-16	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>Итого за 3 Семестр</i>		48/48/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 3 Семестр</b>				50	Э	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
к.р	Контрольная работа
Э	Экзамен

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>1 Семестр</i>	48	48	0
<b>1-8</b>	<b>Пределы. Непрерывность</b>	24	24	0
1 - 8	<b>Последовательности. Пределы последовательностей и функций.</b> Предмет математики. Естествознание как источник математических понятий. Основные понятия теории множеств: множество, операции над множествами, отображение множеств, взаимно однозначное соответствие, счётные и несчётные множества. Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Действительные числа. Свойства действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа. Плотность множества рациональных чисел во множестве действительных чисел. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества иррациональных чисел. Точная верхняя и нижняя грани числового множества. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Различные формы записи комплексного числа. Операции умножения, деления,	Всего аудиторных часов		
		24	24	0
		Онлайн		
		0	0	0

	<p>возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера (без доказательства).</p> <p>Последовательность и её предел. Единственность предела сходящейся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях).</p> <p>Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.</p> <p>Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями.</p> <p>Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве. Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов,</p>			
<b>9-16</b>	<b>Производные и их приложения</b>	24	24	0
9 - 16	<p><b>Непрерывность и дифференцируемость функций</b></p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции.</p> <p>Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика. Специальные пределы:</p> <p>Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Свойства непрерывных функций (непрерывность суммы, произведения, частного, сохранение знака). Непрерывность сложной функции.</p> <p>Точки разрыва функции и их классификация. 11-12 недели. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Монотонные функции.</p> <p>Существование односторонних пределов у монотонной функции. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Монотонные функции.</p> <p>Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции.</p> <p>Критерий непрерывности монотонной функции.</p> <p>Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции.</p> <p>Понятие производной. Односторонние производные.</p> <p>Дифференцируемость функции, её дифференциал.</p> <p>Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции, геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и</p>	Всего аудиторных часов		
		24	24	0
		Онлайн		
		0	0	0

	дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Производная и дифференциал сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Правило Лопитала раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций.			
	<i>2 Семестр</i>	45	45	0
<b>1-8</b>	<b>Интегральное исчисление</b>	24	24	0
1 - 8	<b>Первообразная функция и неопределённый интеграл.</b> Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Предел интегральных сумм. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и разрывных функций. Формулировка критерия Лебега. Интеграл Римана-Стилтьеса. Свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность, интегрируемость произведения интегрируемых функций, свойства, выражаемые неравенствами. Теоремы о среднем. Неравенство Коши-Буняковского. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые применения определённых интегралов. Понятие длины дуги гладкой кривой и её вычисление. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах. Объём и боковая поверхность тела вращения. Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения.	Всего аудиторных часов		
		24	24	0
		Онлайн		
		0	0	0
<b>9-15</b>	<b>Функции многих переменных</b>	21	21	0
9 - 15	<b>Понятие координатного n-мерного пространства.</b> Понятие координатного n-мерного пространства. Определение евклидова пространства $E_n$ . Расстояние в $E_n$ .	Всего аудиторных часов		
		21	21	0
		Онлайн		

	<p>Неравенство Коши и неравенство треугольника. Понятие окрестности, внутренней, граничной точки множества, границы множества, открытого множества, замкнутой области. Сходящиеся последовательности точек в <math>E_n</math>. Критерий Коши сходимости последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Функция точки <math>n</math>-мерного евклидова пространства. Предел функции. Повторные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Простейшие свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.</p> <p>Понятие дифференцируемой функции и полного дифференциала. Частные производные и производные по направлению. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций. Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Существование производной по любому направлению у дифференцируемой функции.</p> <p>Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Градиент функции, его основные свойства.</p> <p>Частные производные высших порядков, условия их независимости от порядка дифференцирования. Классы функций. Дифференциалы высших порядков. Теорема Лагранжа. Формула Тейлора.</p> <p>Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции класса. Достаточные условия экстремума функции класса двух и большего числа переменных. Теорема о неявной функции, определяемой уравнением</p> <p>Теорема о неявной функции, определяемой уравнением <math>F(x,y)=0</math>.</p> <p>Условный экстремум (общие понятия).</p> <p>Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование интегралов. Эйлеровы интегралы.</p>	0	0	0
	<i>3 Семестр</i>	48	48	0
<b>1-8</b>	<b>Часть 1</b>	24	24	0
1 - 8	<b>Ряды</b> Сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши-Маклорена. Последовательности и ряды функций. Поточечная сходимость. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши	Всего аудиторных часов		
		24	24	0
		Онлайн		
		0	0	0

	<p>равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле). Почленный переход к пределу в рядах и последовательностях. Непрерывность суммы функционального ряда и предельной функции функциональной последовательности. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.</p> <p>Степенные ряды. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Коши – Адамара.</p> <p>Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Единственность разложения. Критерий разложимости функции в ряд Тейлора, достаточные условия разложимости. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.</p> <p>Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости. Формула Коши – Адамара.</p> <p>Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру.</p> <p>Несобственные интегралы, зависящие от параметра.</p> <p>Абсолютная сходимость, равномерная сходимость.</p>			
<b>9-16</b>	<b>Часть 2</b>	24	24	0
9 - 16	<b>Кратные и криволинейные интегралы</b> <p>Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь фигуры. Множество меры нуль. Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций на плоских областях. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана непрерывно дифференцируемого отображения. Замена переменных в двойных интегралах.</p> <p>Тройные интегралы от ограниченной функции в замкнутой области. Классы интегрируемых функций. Свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. Случай цилиндрических и сферических координат. Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку.</p> <p>Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку.</p> <p>Ориентированные кривые и криволинейный интеграл второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.</p>	Всего аудиторных часов		
		24	24	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс

ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Недели	Темы занятий / Содержание
	<i>1 Семестр</i>
1 - 8	<p><b>Последовательности. Пределы последовательностей и функций.</b></p> <p>Основные понятия теории множеств: множество, операции над множествами, отображение множеств, взаимно однозначное соответствие, счётные и несчётные множества. Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Плотность множества рациональных чисел во множестве действительных чисел. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества иррациональных чисел. Точная верхняя и нижняя грани числового множества. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Различные формы записи комплексного числа. Операции умножения, деления, возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера. Последовательность и её предел. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях). Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.</p> <p>Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве. Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов,</p>
9 - 16	<p><b>Непрерывность и дифференцируемость функций</b></p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика. Специальные пределы: Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Свойства непрерывных функций (непрерывность суммы, произведения, частного, сохранение знака). Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Ограниченность непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Промежуточные значения непрерывной функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции. Понятие производной. Односторонние производные. Дифференцируемость функции, её дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции,</p>

	<p>геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Производная и дифференциал сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций.</p>
	<p><i>2 Семестр</i></p>
1 - 8	<p><b>Первообразная функция и неопределённый интеграл.</b>  Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Предел интегральных сумм. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и разрывных функций. Формулировка критерия Лебега. Интеграл Римана-Стилтьеса. Свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность, интегрируемость произведения интегрируемых функций, свойства, выражаемые неравенствами. Неравенство Коши-Буняковского. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые применения определённых интегралов. Понятие длины дуги гладкой кривой и её вычисление. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах. Объём и боковая поверхность тела вращения. Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения.</p>
9 - 15	<p><b>Понятие координатного n-мерного пространства.</b>  Понятие координатного n-мерного пространства. Определение евклидова пространства <math>E_n</math>. Расстояние в <math>E_n</math>. Неравенство Коши и неравенство треугольника. Понятие окрестности, внутренней, граничной точки множества, границы множества, открытого множества, замкнутой области. Сходящиеся последовательности точек в <math>E_n</math>. Критерий Коши сходимости последовательности. Функция точки n-мерного евклидова пространства. Предел функции. Повторные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах. Понятие дифференцируемой функции и полного дифференциала. Частные производные и производные по направлению. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций. Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Существование производной по любому направлению у дифференцируемой функции. Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Градиент функции, его основные свойства. Частные производные высших порядков, условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции двух и большего</p>

	числа переменных. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование интегралов. Эйлеровы интегралы.
	<i>3 Семестр</i>
1 - 8	<p><b>Ряды</b></p> <p>Сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши-Маклорена. Последовательности и ряды функций. Поточечная сходимость. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле). Почленный переход к пределу в рядах и последовательностях. Непрерывность суммы функционального ряда и предельной функции функциональной последовательности. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Единственность разложения. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Абсолютная сходимость, равномерная сходимость.</p>
9 - 16	<p><b>Кратные и криволинейные интегралы</b></p> <p>Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь фигуры. Множество меры нуль. Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций на плоских областях. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана непрерывно дифференцируемого отображения. Замена переменных в двойных интегралах. Тройные интегралы от ограниченной функции в замкнутой области. Классы интегрируемых функций. Свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. Случай цилиндрических и сферических координат. Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Ориентированные кривые и криволинейный интеграл второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.</p>

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются образовательные технологии в форме лекций и практических (семинарских) занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса широко используются тестовые технологии, то есть специальный банк вопросов в открытой и закрытой форме, ответы на которые позволяют судить об усвоении студентом данного курса. Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы. Предполагается использование современных информационных технологий: компьютерная

рассылка заданий и итогов их выполнения, предоставление компьютерного варианта лекций , объявление минимального набора требований к сдаче заданий , рассылка вопросов на экзамен.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)	Аттестационное мероприятие (КП 2)	Аттестационное мероприятие (КП 3)
УК-1	З-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	В-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
УКЕ-1	З-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	В-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»	«зачтено»	A
85-89	4 – «хорошо»		B
75-84			C
70-74			D
65-69			3 – «удовлетворительно»
60-64	F		
ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«не зачтено»	

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. ЭИ 3-39 Зачет по математическому анализу. 1 семестр : , Садекова Е.Х. [и др.], Москва: МИФИ, 2009
2. ЭИ К 78 Краткий курс математического анализа Т. 1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды, , : , 2008
3. 517 К78 Кратные и криволинейные интегралы : учебно-методическое пособие, Садекова Е.Х. [и др.], Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
4. ЭИ Т 35 Курс математического анализа : учебное пособие для вузов, Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И., Москва: Лаборатория знаний, 2020
5. 517 И46 Основы математического анализа Ч. 1 , Ильин В.А., Москва: Физматлит, 2008
6. ЭИ Д 30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие, Демидович Б. П., Санкт-Петербург: Лань, 2022
7. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Демидович Б.П., Москва: АСТ, 2010
8. ЭИ Г71 Специальные главы функционального анализа : числовые и функциональные ряды, Горячев А.П., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. 517 К88 Краткий курс математического анализа Т.1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды, , Москва: Физматлит, 2005

2. 517 К88 Курс математического анализа Т.1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной, Кудрявцев Л.Д., : Дрофа, 2006
3. ЭИ Ш34 Начала математического анализа. Числа и множества чисел. Последовательности и их пределы. Пределы и непрерывность функций. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособие для вузов, Шведенко С.В., Москва: НИЯУ МИФИ, 2011
4. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Демидович Б.П., Москва: АСТ, 2010
5. ЭИ Г71 Числовые и функциональные ряды : учебное пособие для вузов, Горячев А.П., Москва: МИФИ, 2007

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

#### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

### **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

### **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

#### 1.1. Методические рекомендации для усвоения теоретического курса

Основной целью обучения студентов математическим дисциплинам является развитие логического и алгоритмического мышления, повышение уровня математической культуры, развитие навыков самостоятельной работы.

Для достижения целей обучения программа курса и семестровый календарный план составлены так, что темы практических занятий следуют за темами лекций, и они доступны каждому студенту на сайте университета. Чтобы хорошо подготовиться к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, проработать лекционный материал. Для этого обязательно надо конспектировать учебник, непонятные вопросы нужно разьяснять у преподавателя. При проработке материала полезно пользоваться разными учебниками, и если конспект ведется по всем темам дисциплины, то при подготовке к итоговому контролю достаточно будет собственного конспекта.

После того, как Вы научились давать определения, формулировать аксиомы, леммы и теоремы (математически правильно и грамматически верно), можно считать изучение данного раздела законченным. Ничего, включая важнейшие выводы, определения и формулировки, не надо учить наизусть, тем более доказательства разных утверждений. При необходимости понятый и закрепленный материал вы сможете легко вспомнить.

#### 1.2. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям

На семинарах, как правило, рассматриваются вопросы и задачи, дающие возможность более глубоко постичь изучаемый раздел курса. Во время семинарских занятий учат правильно ставить и решать задачи, а также анализировать их решения. По теме, пройденной на семинаре, даются задачи для самостоятельной работы. Усвоение темы во многом зависит от осмысленного выполнения самостоятельной работы.

При решении задач прежде всего необходимо хорошо вникнуть в суть задания, записать кратко ее условие. Если позволяет характер задачи, обязательно сделать рисунок, поясняющий ее сущность. За редким исключением, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях.

Решение задачи принесет наибольшую пользу только в том случае, когда обучающийся решит ее самостоятельно. Решить задачу без помощи часто не всегда удается, но тем не менее попытки найти решение развивают мышление и укрепляют волю.

## 2. Права и обязанности студента университета:

### 2.1. Студент имеет право:

- 1). на получение ответов на интересующие его вопросы по изучаемой дисциплине от преподавателя, ведущего занятия;
- 2). на консультацию по теории изучаемой дисциплины в течение семестра и перед экзаменом.

### 2.2. Студент обязан:

- 1). регулярно посещать лекции и семинары, работать на практических занятиях, выполнять все текущие самостоятельные работы по изучаемой дисциплине;
- 2). пройти аттестацию по всем разделам данной дисциплины;
- 3). в конце семестра сдать теоретический экзамен или зачет по соответствующей дисциплине.

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

### 1. Основные принципы обучения математическим дисциплинам

1.1. Основная цель обучения – научить студентов логически мыслить; познакомить с аксиомами в математике и методами доказательства различного рода утверждений; научить применять полученные теоретические знания к решению математических и физических задач. Также студенты должны овладеть методами решения, планирования, моделирования, анализа, синтеза в математике для использования их в дальнейшей профессиональной деятельности.

1.2. Воспитательная цель обучения – формирование направленности и интереса к постижению учебного материала. Необходимо развивать в студентах волевые качества и трудолюбие, стремление к самосовершенствованию.

1.3. Обучение не должно быть пассивным. Преподаватель должен интересоваться, как у студентов продвигается решение поставленных задач, и, при необходимости, организовать разбор наиболее трудных из них.

1.4. Необходимо строить обучение так, чтобы в овладении материалом основную роль играла память логическая, а не формальная. Запоминание должно достигаться через глубокое понимание, а не через «зубрежку».

1.5. Важный фактор успешности обучения – взаимоотношения между преподавателем и студентами на основе уважения и доброжелательной требовательности.

1.6. Необходим регулярный контроль за работой студентов, проверка конспекта лекций.

## 2. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции

2.1. Лекция – устное последовательное изложение изучаемого материала, состоящее из связанных между собой частей: вступление, вводная часть, основная часть, заключение.

При чтении лекций необходимо придерживаться календарного плана, разработанного на кафедре по данной дисциплине.

2.2. Лектор должен отслеживать ход проведения практических занятий по данной дисциплине, проводить коррекцию плана семинарских занятий по читаемому курсу, чтобы те преподаватели, которые ведут практические занятия в группах данного потока знали, какие темы прочитаны, а какие еще нет.

## 3. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции впервые

3.1. Процесс подготовки лекции следует начать с подбора материала, далее необходимо подготовить план и конспект лекции, а затем самостоятельно проделать необходимые математические выкладки. Накануне дня занятий надо повторить подготовленный лекционный материал, а сразу после завершения занятия – начать готовиться к следующему.

3.2. Желательно придерживаться следующей техники чтения лекции. В начале лекции надо актуализировать в памяти слушателей пройденный материал, затем дать краткий обзор материала предстоящего занятия. Читая лекцию, нужно все время заботиться о том, чтобы речь была выразительной, выдержанной в динамичном темпе, но при этом содержала паузы и акценты на важных аспектах темы. При изложении учебного материала необходимо использовать принцип наглядности для облегчения восприятия информации студентами.

3.3. Лекции должны быть эмоционально окрашенными. Надо стараться подчеркивать логику рассуждений при доказательствах тех или иных утверждений, приучая студентов к логическому мышлению. Лектор должен излагать учебный материал последовательно, строго придерживаясь плана.

3.4. Необходимо разъяснить студентам, что лекция и учебник не дублируют, а дополняют друг друга. Студентам необходимо пользоваться учебниками при освоении учебного материала дисциплины.

## 4. Методические рекомендации преподавателям, ведущим практические занятия

4.1. Семинары – групповая форма занятий при активном участии студентов для проверки знаний.

4.2. Семинарские занятия проводятся согласно плану дисциплины.

4.3. Основная задача преподавателя состоит в том, чтобы студент регулярно и интенсивно работал над теорией и выполнял самостоятельные работы.

4.4. В начале занятия надо осуществлять контроль выполнения самостоятельной работы студентами, чтобы понять, насколько трудной она была и как усвоен предыдущий материал. При необходимости нужно разобрать наиболее трудные задачи совместно.

4.5. Каждый преподаватель должен согласовывать с лектором дату проведения итогового контроля. Результаты выполнения контрольных работ должны быть объявлены студентам, а также показаны сами работы и объяснены те ошибки, которые они допустили.

4.6. Каждый преподаватель обязан своевременно подавать сведения о посещаемости практических занятий и о результатах проводимого контроля знаний в системе на сайте [eis.mephi.ru](http://eis.mephi.ru).

Автор(ы):

Гришин Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент

Петрова Марина Алексеевна, к.ф.-м.н., доцент