

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 38.03.02 Менеджмент

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки, час.	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
3	3	108	32	32	0		44	0	3
Итого	3	108	32	32	0	0	44	0	

## АННОТАЦИЯ

В курсе изучаются теоретические и практические вопросы из следующих разделов: обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной; системы ОДУ; нелинейные ОДУ; задачи Коши; корректность постановок задач Коши по Адамару. Освоение этой дисциплины является основой для дальнейшего обучения.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения учебной дисциплины является создание основы для получения полноценного естественнонаучного образования, овладение навыками решения дифференциальных уравнений, имеющих важнейшее прикладное значение в различных областях математики, физики и техники, приобретение опыта построения и исследования математических моделей, используемых при решении современных научно-исследовательских и практических задач.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть такими разделами высшей математики как аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ. Освоение курса является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов. Данная дисциплина является основообразующей для высшего образования.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>
УК-1 [1] – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	З-УК-1 [1] – Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 [1] – Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 [1] – Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
УКЕ-1 [1] – Способен использовать знания естественнонаучных	З-УКЕ-1 [1] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы

дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 [1] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 [1] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
--	---

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)
Интеллектуальное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование культуры умственного труда (В11)
Профессиональное и трудовое воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду (В14)

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практи. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>3 Семестр</i>						
1	Часть 1	1-8	16/16/0		25	к.р-8	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Часть 2	9-16	16/16/0		25	к.р-16	3-УК-1, У-УК-1,

							В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>Итого за 3 Семестр</i>		32/32/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 3 Семестр</b>				50	3	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
к.р	Контрольная работа
з	Зачет

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>3 Семестр</i>	32	32	0
<b>1-8</b>	<b>Часть 1</b>	16	16	0
1 - 4	<b>Простейшие обыкновенные дифференциальные уравнения.</b> Основные понятия, относящиеся к дифференциальным уравнениям: порядок уравнения, решение уравнения, интегральная кривая, интеграл. Задача Коши, начальные данные. Формулировка достаточных условий существования и единственности решения задачи Коши. Общий и частный интегралы. Простейшие типы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
5 - 8	<b>Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка.</b> Основные понятия, относящиеся к системам обыкновенных дифференциальных уравнений: порядок системы, решение уравнения, нормальная форма системы. Задача Коши для нормальной системы, начальные данные. Формулировка достаточных условий существования и	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0

	единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Общее и частное решения нормальной системы. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений, операторная форма записи. Свойства решений однородной линейной системы. Определитель Вронского системы вектор- функции, его свойства. Фундаментальная система решений, общее решение. Свойства решений нормальной системы неоднородных линейных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений нормальной системы однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами			
<b>9-16</b>	<b>Часть 2</b>	16	16	0
9 - 13	<b>Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка.</b> Дифференциальное уравнение n-го порядка: определение решения, постановка задачи Коши. Формулировка теоремы существования и единственности. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы. Методы понижения порядка. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка и линейный дифференциальный оператор n-го порядка. Свойства решений однородного линейного уравнения. Определитель Вронского системы функций, его свойства. Фундаментальная система решений, общее решение. Свойства решений неоднородного линейного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений однородного линейного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Доказательство теоремы существования и единственности решения задачи Коши первого порядка, разрешённого относительно производной ( локальная теорема). Непрерывная зависимость решения от параметров и начальных данных. Зависимость гладкости решения системы от гладкости правой части.	Всего аудиторных часов		
		10	10	0
		Онлайн		
		0	0	0
14 - 16	<b>Элементы вариационного исчисления</b> Дифференцируемость функционала. Первая вариация функционала. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала с закрепленными концами. Основная лемма вариационного исчисления и ее следствие. Вариационная задача на экстремум функционала с закрепленными концами. Задача о брахистохроне. Вариационная задача на экстремум функционала с одним закрепленным и одним свободным концом. Экстремум функционала, зависящего от вектор-функций. Экстремум функционала, зависящего от функции и ее производных порядка выше первого. Экстремум функционала, зависящего от функции многих переменных	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Недели	Темы занятий / Содержание
	<i>3 Семестр</i>
1 - 5	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка</b> Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Дифференциальные уравнения n-го порядка, разрешаемые в квадратурах и допускающие понижение порядка.
6 - 8	<b>Системы ОДУ первого порядка</b> Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами (случай кратных собственных значений). Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
9 - 10	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка</b> Линейные однородные и неоднородные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Уравнения Эйлера. Интегрирование уравнений с помощью степенных рядов.
11 - 16	<b>Вариационное исчисление</b> Функционалы. Вариации функционалов. Экстремали функционалов. Экстремум функционала с одним закрепленным и другим свободным концами. Экстремали функционалов, зависящих от вектор-функций. Экстремали функционалов, зависящих от функций и их производных порядка выше первого, а также, зависящих от функций многих переменных. Условный экстремум. Необходимое условие Лежандра. Вторая вариация функционала. Необходимое условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются образовательные технологии – во время аудиторных занятий они проводятся в форме лекций и практических занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса используются тестовые технологии, то есть специальный банк вопросов в открытой и закрытой форме, ответы на которые позволяют

судить об усвоении студентом данного курса. Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы.. Предполагается использование современных информационных технологий: рассылка заданий с использованием компьютерной программы, в которой также предлагается курс лекций и разбор практических задач.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
УК-1	З-УК-1	З, к.р-8, к.р-16
	У-УК-1	З, к.р-8, к.р-16
	В-УК-1	З, к.р-8, к.р-16
УКЕ-1	З-УКЕ-1	З, к.р-8, к.р-16
	У-УКЕ-1	З, к.р-8, к.р-16
	В-УКЕ-1	З, к.р-8, к.р-16

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»	«зачтено»	A
85-89	4 – «хорошо»		B
75-84			C
70-74			D
65-69	3 – «удовлетворительно»		E
60-64		F	
ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«не зачтено»	

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. ЭИ К 93 Курс математики для технических высших учебных заведений Ч. 3 Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации, , : , 2022
2. ЭИ С18 Методы решения линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами : , Сандаков Е.Б., Гордеев Ю.Н., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
3. ЭИ Т 80 Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов, Трухан А. А., Огородникова Т. В., Санкт-Петербург: Лань, 2020

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. ЭИ П 48 Дифференциальные уравнения на геометрических графах : учебное пособие, Покорный Ю. В., Пенкин О. М., Прядиев В. Л., Москва: Физматлит, 2005

### **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:**

Специальное программное обеспечение не требуется

### **LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:**

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

### **1.1. Методические рекомендации для усвоения теоретического курса**

Основной целью обучения студентов математическим дисциплинам является развитие логического и алгоритмического мышления, повышение уровня математической культуры, развитие навыков самостоятельной работы.

Для достижения целей обучения программа курса и семестровый календарный план составлены так, что темы практических занятий следуют за темами лекций, и они доступны каждому студенту на сайте университета. Чтобы хорошо подготовиться к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, проработать лекционный материал. Для этого обязательно надо конспектировать учебник, непонятные вопросы нужно разьяснять у преподавателя. При проработке материала полезно пользоваться разными учебниками, и если конспект ведется по всем темам дисциплины, то при подготовке к итоговому контролю достаточно будет собственного конспекта.

После того, как Вы научились давать определения, формулировать аксиомы, леммы и теоремы (математически правильно и грамматически верно), можно считать изучение данного раздела законченным. Ничего, включая важнейшие выводы, определения и формулировки, не надо учить наизусть, тем более доказательства разных утверждений. При необходимости понятый и закрепленный материал вы сможете легко вспомнить.

### **1.2. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям**

На семинарах, как правило, рассматриваются вопросы и задачи, дающие возможность более глубоко постичь изучаемый раздел курса. Во время семинарских занятий учат правильно ставить и решать задачи, а также анализировать их решения. По теме, пройденной на семинаре, даются задачи для самостоятельной работы. Усвоение темы во многом зависит от осмысленного выполнения самостоятельной работы.

При решении задач прежде всего необходимо хорошо вникнуть в суть задания, записать кратко ее условие. Если позволяет характер задачи, обязательно сделать рисунок, поясняющий ее сущность. За редким исключением, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях.

Решение задачи принесет наибольшую пользу только в том случае, когда обучающийся решит ее самостоятельно. Решить задачу без помощи часто не всегда удается, но тем не менее попытки найти решение развивают мышление и укрепляют волю.

## **2. Права и обязанности студента университета:**

### **2.1. Студент имеет право:**

- 1). на получение ответов на интересующие его вопросы по изучаемой дисциплине от преподавателя, ведущего занятия;
- 2). на консультацию по теории изучаемой дисциплины в течение семестра и перед экзаменом.

### **2.2. Студент обязан:**

- 1). регулярно посещать лекции и семинары, работать на практических занятиях, выполнять все текущие самостоятельные работы по изучаемой дисциплине;
- 2). пройти аттестацию по всем разделам данной дисциплины;
- 3). в конце семестра сдать теоретический экзамен или зачет по соответствующей дисциплине.

## **11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Основные принципы обучения математическим дисциплинам**

1.1. Основная цель обучения – научить студентов логически мыслить; познакомить с аксиомами в математике и методами доказательства различного рода утверждений; научить применять полученные теоретические знания к решению математических и физических задач. Также студенты должны овладеть методами решения, планирования, моделирования, анализа, синтеза в математике для использования их в дальнейшей профессиональной деятельности.

1.2. Воспитательная цель обучения – формирование направленности и интереса к постижению учебного материала. Необходимо развивать в студентах волевые качества и трудолюбие, стремление к самосовершенствованию.

1.3. Обучение не должно быть пассивным. Преподаватель должен интересоваться, как у студентов продвигается решение поставленных задач, и, при необходимости, организовать разбор наиболее трудных из них.

1.4. Необходимо строить обучение так, чтобы в овладении материалом основную роль играла память логическая, а не формальная. Запоминание должно достигаться через глубокое понимание, а не через «зубрежку».

1.5. Важный фактор успешности обучения – взаимоотношения между преподавателем и студентами на основе уважения и доброжелательной требовательности.

1.6. Необходим регулярный контроль за работой студентов, проверка конспекта лекций.

### **2. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции**

2.1. Лекция – устное последовательное изложение изучаемого материала, состоящее из связанных между собой частей: вступление, вводная часть, основная часть, заключение.

При чтении лекций необходимо придерживаться календарного плана, разработанного на кафедре по данной дисциплине.

2.2. Лектор должен отслеживать ход проведения практических занятий по данной дисциплине, проводить коррекцию плана семинарских занятий по читаемому курсу, чтобы те преподаватели, которые ведут практические занятия в группах данного потока знали, какие темы прочитаны, а какие еще нет.

### **3. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции впервые**

3.1. Процесс подготовки лекции следует начать с подбора материала, далее необходимо подготовить план и конспект лекции, а затем самостоятельно проделать необходимые математические выкладки. Накануне дня занятий надо повторить подготовленный лекционный материал, а сразу после завершения занятия – начать готовиться к следующему.

3.2. Желательно придерживаться следующей техники чтения лекции. В начале лекции надо актуализировать в памяти слушателей пройденный материал, затем дать краткий обзор материала предстоящего занятия. Читая лекцию, нужно все время заботиться о том, чтобы речь была выразительной, выдержанной в динамичном темпе, но при этом содержала паузы и

акценты на важных аспектах темы. При изложении учебного материала необходимо использовать принцип наглядности для облегчения восприятия информации студентами.

3.3. Лекции должны быть эмоционально окрашенными. Надо стараться подчеркивать логику рассуждений при доказательствах тех или иных утверждений, приучая студентов к логическому мышлению. Лектор должен излагать учебный материал последовательно, строго придерживаясь плана.

3.4. Необходимо разъяснить студентам, что лекция и учебник не дублируют, а дополняют друг друга. Студентам необходимо пользоваться учебниками при освоении учебного материала дисциплины.

#### 4. Методические рекомендации преподавателям, ведущим практические занятия

4.1. Семинары – групповая форма занятий при активном участии студентов для проверки знаний.

4.2. Семинарские занятия проводятся согласно плану дисциплины.

4.3. Основная задача преподавателя состоит в том, чтобы студент регулярно и интенсивно работал над теорией и выполнял самостоятельные работы.

4.4. В начале занятия надо осуществлять контроль выполнения самостоятельной работы студентами, чтобы понять, насколько трудной она была и как усвоен предыдущий материал. При необходимости нужно разобрать наиболее трудные задачи совместно.

4.5. Каждый преподаватель должен согласовывать с лектором дату проведения итогового контроля. Результаты выполнения контрольных работ должны быть объявлены студентам, а также показаны сами работы и объяснены те ошибки, которые они допустили.

4.6. Каждый преподаватель обязан своевременно подавать сведения о посещаемости практических занятий и о результатах проводимого контроля знаний в системе на сайте [eis.mephi.ru](http://eis.mephi.ru).

Автор(ы):

Волков Владимир Евгеньевич, к.ф.-м.н., доцент

Бухарова Татьяна Иннокентьевна, к.ф.-м.н., доцент